



PLASTİK BORULARIN DİKDÖRTGEN KESİTLİ HELİSEL KANALLARLA SOĞUTULMASININ DENEYSEL VE NÜMERİK ANALİZİ

Okyar KAYA

Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü
20017 Çamlık/Denizli
okyar@hotmail.com

(Geliş Tarihi : 05.01.2004)

Özet: Plastik boruları dış yüzeylerinden dikdörtgen kesitli helisel kanallar ile soğutan kalibrelerde türbülanslı akışta ısı taşınımı deneysel ve nümerik incelenmiştir. Dikdörtgen kesitli helisel kanalın iç duvarını yatay yönde sabit hızda ilerleyen plastik borunun dış yüzeyi, diğer üç duvarını ise hareketsiz ve adyabatik kabul edilen kalibrenin iç yüzeyleri oluşturmaktadır. Türbülanslı akışta ısı geçişinin nümerik çözümleri, bilgisayarda FLUENT® ticari yazılım programı ile RNG k-ε türbülanslı akış çözüm modeli kullanılarak yapılmıştır. Deneysel ve nümerik çözüm sonuçların birbirine oldukça yakın olması nümerik çözümde kullanılan model, metod ve algoritma seçimlerinin oldukça uygun olduğunu göstermiştir. Nümerik çözümde elde edilen sonuçlar yardımıyla helisel kanalda Re ve helis iç duvarı Nu_c sayılarını $f(a, b, R, V_p, V_i, v)$ parametrelerine bağlı olarak hesaplayan bağıntılar geliştirilmiş ve bu bağıntılar ile deneylerden elde edilen değerler karşılaştırılarak sonuçlar geçerli kılınmıştır.

Anahtar Kelimeler: Plastik boru, dikdörtgen kesitli helisel kanal, türbülanslı akış, ısı taşınımı, nümerik çözüm, deney.

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF COOLING OF PLASTIC PIPES BY RECTANGULAR CROSS-SECTIONED HELICAL COILS

Abstract: Turbulent forced convection in calibrators which cool plastic pipes from their outer surfaces with its rectangular cross-sectioned helical ducts was studied both numerically and experimentally. The inner wall of the rectangular cross-sectioned helical duct was formed from the outer surface of the plastic pipe which was moving horizontally with a constant speed, the remaining three walls of the duct were formed from the stationary and adiabatic inner surfaces of the calibrator. Very close experimental and numerical solutions showed that the choice of the models, methods and algorithms which were used in numerical computations were appropriate. By the help of numerical solutions, correlations for helical coil Re and inner wall Nu_c numbers as a function of $f(a, b, R, V_p, V_i, v)$ parameters were developed and the solutions of the new correlation were validated with the experimental results.

Key Words: Plastic pipe, rectangular cross-sectioned helical duct, turbulent flow, heat convection, numerical computation, experiment.

SEMBOLLER

a	Helisel kanal hidrolik yarıçapı [m]
$\bar{a}$	Termal difüsite [m ² s ⁻¹]
A	Yüzey alanı [m ²]
b	Helisel kanal hatvesi [m]
Bi	Biot sayısı
C _p	Sabit basınçta özgül ısı [J/kgK]
D	Helisel kanal sarım çapı [m]
d _h	Helisel kanal hidrolik çapı [m]
e	Plastik boru et kalınlığı [m]
g	Yerçekimi ivmesi [m/s ²]
G	Helis dikdörtgen kesitinin eni [m]
H	Helis dikdörtgen kesitinin genişliği [m]
h	Isı taşınım katsayısı [W/m ² K]
I	Türbülans şiddeti [= $u' / \bar{u}$]
k	Türbülans kinetik enerjisi [m ² /s]
L	Uzunluk [m]
l	Türbülans karışım uzunluğu [m]
l _e	Türbülans kinetik enerjisi disipasyonunun uzunluk ölçüsü [m]
l _μ	Viskozitenin uzunluk ölçüsü [m]
m	Soğutma suyu debisi [kg/s]
n	Normal yön
Nu	Nusselt sayısı
Nu _c	Yeni bağıntıdan hesaplanan yatay yönde sabit hızda ilerleyen helisel kanal iç duvarına ait Nu sayısı
Nu _s	Hareketsiz durumdaki helisel kanal iç duvarı Nu sayısı
P	Basınç [Pa]
Pr	Prandtl sayısı
Q _s	Helisel kanal iç duvarından (plastik boru dış yüzeyi) soğutma suyuna geçen toplam deneyisel ısı miktarı [W]
Q _n	Helisel kanal iç duvarından (plastik boru dış yüzeyi) soğutma suyuna geçen toplam ısı miktarının nümerik çözümden elde edilen değeri [W]
q	Duvar ısı akısı [W/m ²]
R	Helisel kanal sarım yarıçapı [m]
R'	ε korunum denkleminde gerilmenin etkisini gösteren terim [kg/ms ⁴]
Re	Reynolds sayısı
Re'	İç duvarı sabit hızda yatay yönde hareket eden helisel kanalda Reynolds sayısı
S	Ortalama gerilme tensörü oranı modülü [1/s]
t	Zaman [s]
T	Sıcaklık [K]
$\bar{u}$	Zamana bağlı ortalama hız [m/s]

u	Hızın çalkantı değeri [m/s]
V	Hız [m/s]
V'	Re' sayısının hesaplanmasında kullanılan hız değeri [m/s]
V _{i3}	Helisel kanalda akışın x ₃ yönündeki hız bileşeni [m/s]
V _p	Borunun (helis iç duvarı) yatay x ₃ yönündeki hız bileşeni [m/s]
V _{te}	Suyun x ₃ yönündeki bağlı hızı [m/s]
V _{ts}	Suyun bileşke hızı [m/s]
V _{wr}	Helisel kanal içerisinde V _i hızında akan suyun V _{ts} hızı ile aynı yöndeki bileşeni [m/s]
x ₁	Kartezyen koordinatlarda x yönü
x ₂	Kartezyen koordinatlarda y yönü
x ₃	Kartezyen koordinatlarda z yönü
y	En yakın duvara olan mesafe [m]
y*	Boyutsuz viskoz alt tabaka kalınlığı
y _T *	Boyutsuz termal alt tabaka kalınlığı
ΔH	U manometresinde her iki kol arasındaki basınç farkı [mm Hg]
Δm	Ölçekli kap su kapasitesi [kg]
ΔP	Bir tur helisel kanalda basınç düşümü [Pa]
Δt	Ölçekli kabın boşalma süresi [s]
ΔT	Soğutma suyu giriş ve çıkış sıcaklık farkı [K]

Yunan Harfleri

α _e	Türbülans kinetik enerjisi disipasyon oranı ters Pr sayısı
α _k	Türbülans kinetik enerjisi ters Pr sayısı
α _T	Türbülanslı akış ters Pr sayısı
ε	Türbülans kinetik enerjisi disipasyon oranı [m ² /s ³]
η	Türbülanslı akışta gerilme oranı [= Sk / ε]
δ _n	Biot sayısının kökleri
κ	Von Karman katsayısı [=0.42]
λ	Termal iletkenlik [W/mK]
μ	Dinamik viskozite [kg/ms]
ν	Kinematik viskozite [m ² /s]
φ	Kütle, momentum ve enerjinin korunumu denklemlerinin yazımında kullandığımız genel parametre değeri
ρ	Yoğunluk [kg/m ³]

Alt İndisler

C	Korelasyon
i	Giriş
Hg	Cıva

nb	Komşu hücre
o	Çıkış
P	P hücresi merkezine ait
r	Radial yön
s	Eksenel yön
t	Türbülans
w	Duvar

GİRİŞ

Helisel kanallarda konvektif ısı transferi endüstride; eşanjörlerde, evaporatörlerde, kondenserlerde kazanlarda, buhar jeneratörlerinde, v.b. sistemlerde kullanılmaktadır. Helisel kanalların endüstride çoğunlukla tercih ediliyor olmasının sebebi daha az yer kaplaması ve ısı veriminin yüksek olmasıdır.

Literatürde daha çok dairesel kesitli helisel kanallarda laminar akışta ısı transferi ile ilgili çalışmalara rastlanmaktadır. Dravit vd., (1971) dairesel kesitli helisel kanallarda laminar akışta ikincil akışın etkisini nümerik ve deneysel çalışarak incelemiştir. Patankar vd., (1974) helisel kanallı borularda üç boyutlu parabolik akışta hız ve sıcaklık dağılımını hesaplayabilen bir yöntem üzerinde çalışmışlardır.

Geometrik ve matematiksel bir takım zorluklar nedeniyle helisel kanallarda türbülanslı akışta ısı transferi ile ilgili literatürde çok az sayıda çalışma vardır. Patankar vd., (1975) belirli sarım çapında sarılmış borularda gelişmekte olan türbülanslı akışı standart k-ε türbülans modelini uygulayarak çözmüştür. Yang ve Ebadian (1996) ise aynı türbülans modelini belirli bir hatvesi olan sarımlı borulara (helis) uygulayarak tamamen gelişmiş türbülanslı akışın çözümünü yapmıştır. Li vd., (1998) helisel kanal girişinde yüzdürücü ve santrifüj kuvvetlerin türbülanslı akış ve ısı transferi üzerine etkisini sayısal çözüm yaparak incelemişlerdir. Gelişmekte olan türbülanslı akışın çözümünde Renormalization Group Theory (RNG) k-ε türbülans modeli kullanılmış, suyun fiziksel özellikleri için ortalama film sıcaklığındaki değerler dikkate alınmıştır.

Bolinder ve Sunden (1996) kare kesitli helisel kanalda tamamen gelişmiş laminar akışta ısı transferini sonlu hacimler metodu ile nümerik çözmüştür. Çalışmasında sabit duvar ısı akısı sınır şartında ortalama Nu sayısı için bağıntılar geliştirmiştir. Beyazıt-oglu vd., (1994) kare kesitli helisel kanalda kararlı laminar akışta, gelişmekte ve gelişmiş olan sıcaklık dağılımlarını nümerik çözümler sonucu bulmuşlardır. Ayrıca sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için çevresel yönde Nu sayısının değişimi ve Pr sayısının sıcaklık dağılımına etkisini de incelemişlerdir. Butuzow vd.,

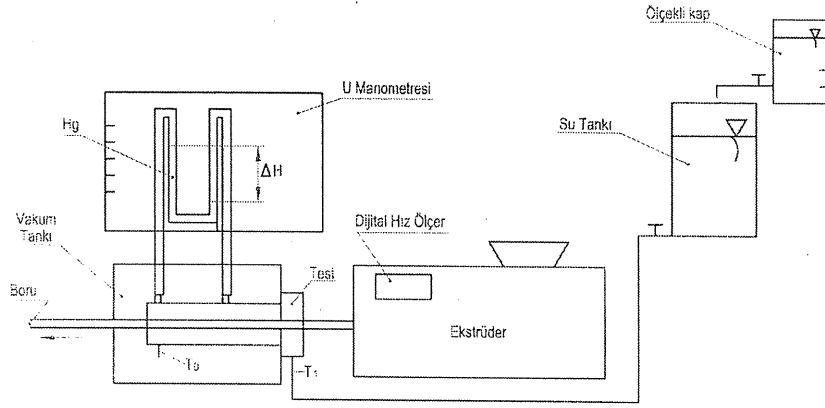
(1975) dikdörtgen kesitli helisel kanallarda türbülanslı akışta ısı geçişini deneysel incelemişlerdir. Deneylerinde iki adet dikdörtgen, bir adet kare kesitli helisel kanal içerisinde çalışma sıvısı olarak su ve freon kullanmışlardır. Sonuçta deneylerden elde edilen veriler yardımıyla kanal içerisindeki f sürtünme faktörünü hesaplayan bağıntılar geliştirmişlerdir. Kadambi (1983) ise dikdörtgen kesitli helisel kanallarda türbülanslı akışta konvektif ısı geçişini deneysel inceleyerek f sürtünme faktörü ve Nu sayılarını tespit etmiştir.

Bu çalışmada iç duvarı yatay yönde sabit hız ve sıcaklıkta hareket eden (plastik boru) diğer üç duvarı ise adyabatik ve hareketsiz dikdörtgen kesitli helisel kanalda ısı geçişi deneysel ve nümerik incelenmiştir. Literatürde bu konuyla ilgili hiçbir çalışmaya rastlanılmamıştır. Deneyde test edilen helisel kanalın alt, üst ve dış duvarlarının adyabatik sınır şartını sağlayabilmesi için test ünitesi, ısı iletim katsayısı oldukça düşük polietilen malzemeden üretilmiştir. Böylelikle nümerik çözümde, sınır şartı seçiminde kolaylık sağlanmıştır. Gerçekte ise üretimde pirinç malzemeli kalibreler kullanılmaktadır. Geliştirilen yeni kalibrede ısı geçişi daha çok taşınım olmaktadır. Kanal içerisinde ortalama akış hızı arttıkça helisel kanalın alt, üst ve dış duvarlarından soğutma suyuna geçen toplam ısı miktarının, tüm duvarlardan soğutma suyuna geçen toplam ısı miktarına oranı azalmaktadır (Kaya, 2002). Bu nedenle, pratikte kullanılacak olan helisel kanallı kalibreler polietilen veya pirinç malzemeden imal edilebilirler.

Yeni dizayn edilen plastik boru ekstrüder kalibresi (helisel kanallı soğutma sistemi) ile ilgili deneylerin tümü Dizayn Group plastik boru fabrikasında yapılmıştır. Nümerik çözümler, Yakhot ve Orszag'ın (1986) geliştirdiği RNG k-ε türbülanslı akış çözüm modeli kullanılarak yapılmıştır. Bu çalışmanın asıl amacı sabit hız ve sıcaklıkta hareket eden helis iç duvarına ait Nu sayısını hesaplayan amprik bir bağıntının geliştirilmesidir.

DENEY DÜZENEGİ VE YAPILIŞI

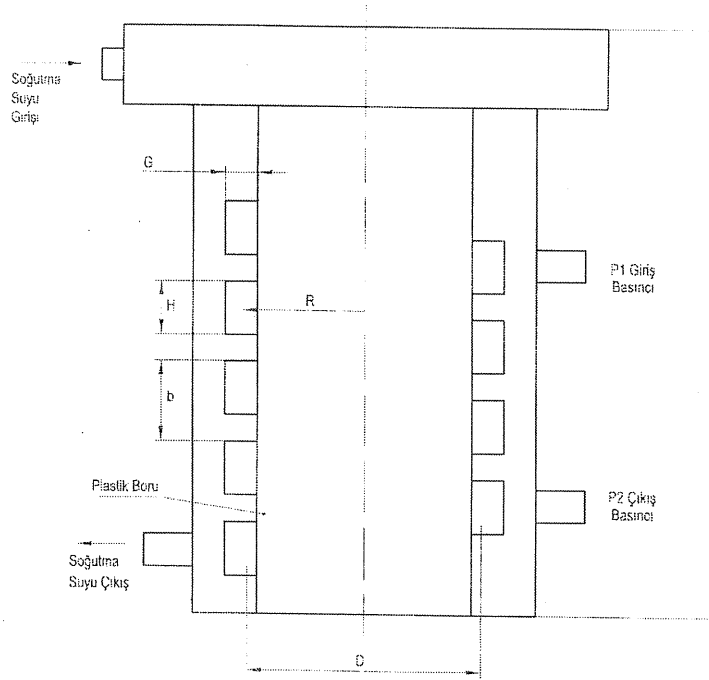
Plastik boru ekstrüderi çıkışına monte edilen helisel kanallı kalibre ile plastik borunun dış yüzeyinden soğutulması deneyi yapılmıştır. Deney düzeneği Şekil 1'de şematik olarak verilmiştir.



Şekil 1. Deney düzeneğinin şematik resmi

Deney düzeneği, plastik boru ekstrüderi, plastik boruyu soğutan helisel kanallı kalibre (test ünitesi), kalibreye su sağlayan tank, tanktaki su seviyesini sürekli sabit tutan ölçekli kap, kalibre boyunca basınç düşüşünü ölçen U manometresi, suyun kalibreye giriş

ve çıkış sıcaklıklarını ölçen data logger ve kalibreye soğutulmak üzere giren plastik borunun dış yüzey sıcaklığını ölçen infrared sıcaklık ölçüm tabancasından oluşmaktadır.



Şekil 2. Test ünitesi şematik resmi

Test ünitesi (helisel kanallı kalibre) Şekil 2'de görüldüğü gibi L=230 mm yatay uzunlukta, 4*8 mm dikdörtgen kesitli, b=12 mm hatveli R=25.3 mm sarım yarıçapında helisel kanallardan meydana gelmektedir. Helisel kanal iç duvarı açık olup, kalibre içerisine soğutulmak üzere giren plastik borunun dış yüzeyi tarafından kapatılmaktadır. Dikdörtgen kesitli helisel kanal iç duvarının (plastik boru dış yüzeyi) yatay yöndeki hızı, ekstrüder üzerindeki dijital hız ölçer ile tespit edilmiştir. Soğutma suyunun debisi ise suyla dolu olan ölçekli kabın su tankına boşalma süresi dijital kronometre ile ölçülerek tespit edilmiştir. Deney esnasında kalibreye sabit basınçta su verebilmek için, tanktaki su seviyesi, ölçekli kaptan sürekli su verilerek sabit tutulmuştur. Test ünitesi (helisel kanallı kalibre) vakum tankına yerleştirilerek buradaki vakum ile kalibrenin ön kısmına bağlı olan su tankından su emilir ve su kalibreye girer ve plastik boru dış yüzeyi etrafında helisel bir yol izler, kalibrenin arka kısmındaki tahliye deliğinden dışarı çıkar. Kalibre boyunca (7 helis turu) basınç düşüşü içerisinde civa olan U manometresi ile ölçülmüştür. Suyun kalibreye giriş ve çıkış sıcaklıkları kalibre edilmiş T tipi (Bakır-Konstantan) ısı çiftleri vasıtasıyla ölçülmüştür. Helisel kanallı kalibrede helis alt, üst ve dış duvarlarından ısı kaybının minimum (adyabatik duvar) olabilmesi için kalibre oldukça kalın teflon malzemeden imal edilmiştir. Kalibrenin dördüncü duvarını (helis iç duvarı), soğutulan plastik borunun dış yüzeyi oluşturmakta olup bu duvarın sabit hız ve sıcaklıkta yatay yönde ilerlediği kabul edilmiştir. Deneyler sürekli rejimde üç farklı boru üretim hızında gerçekleştirilmiştir. Kalibrede türbülanslı akışın olabilmesi için Srinivasan vd., (1970) ait helisel kanalda laminar akıştan türbülanslı akışa geçişin meydana geldiği kritik Re sayısı bağıntısı (Denklem 1) yardımıyla gerekli minimum akış hızı hesaplanmış ve deney esnasında helisel kanal içerisinde bu akış hızı (türbülanslı akış) sağlanmıştır.

$$Re_{kt} = 2100 * (1 + 12(a/R)^{1/2}) \quad (1)$$

İLGİLİ BAĞINTILAR

Deneyde alınan veriler yardımıyla soğutma suyu debisi, hızı, bir helis turu boyunca basınç düşüşü, plastik borudan soğutma suyuna geçen toplam ısı miktarı aşağıda sırasıyla 2, 3, 4 ve 5 nolu denklemler yardımıyla hesaplanmıştır.

Kütleli debi;

$$m = \Delta m / \Delta t \quad (2)$$

Ortalama akış hızı;

$$V = m / \rho A \quad (3)$$

Bir helis turu için ortalama basınç düşüşü;

$$\Delta P = \Delta H * \rho * g / 7 \text{ tur} \quad (4)$$

Plastik borudan soğutma suyuna geçen toplam ısı miktarı;

$$Q_s = m * C_p * \Delta T \quad (5)$$

Burada

$$\Delta T = T_o - T_i \quad (6)$$

soğutma suyunun kalibreye giriş çıkış sıcaklık farkıdır.

Kartezyen koordinat sisteminde (x_1, x_2, x_3) sürekli rejimde korunum denklemleri Boussinesq yaklaşımı kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

Kütlenin korunumu;

$$\frac{\partial(\rho u)_i}{\partial x_i} = 0 \quad (7)$$

Momentumun korunumu;

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = & -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho g_i \end{aligned} \quad (8)$$

Enerjinin korunumu;

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i C_p T) = & \frac{\partial}{\partial x_i} (\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_i}) \\ & + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

Burada efektif türbülanslı termal iletkenlik;

$$\lambda_{eff} = \alpha_T C_p \mu_{eff} \quad (10)$$

Türbülanslı efektif viskozite;

$$\mu_{eff} = \mu_l + \mu_t \quad (11)$$

Türbülans kinetik enerjisi korunumu;

$$\frac{\partial(\rho u_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_i}) + \mu_i S^2 \quad (12)$$

$$-g_i \alpha_T \mu_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial T}{\partial x_i} (\frac{\partial \rho}{\partial T})_p - \rho \varepsilon$$

Türbülans kinetik enerjisi disipasyonu korunumu ;

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}) \quad (13)$$

$$+ C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \mu_i S^2 - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R'$$

Denklem (12) ve (13)'deki α_t , α_k , α_ε değerleri ($=1/Pr$) ise aşağıdaki denklem (14)'den hesaplanır.

$$\left| \frac{\alpha - 1.3929}{\alpha_0 - 1.3929} \right|^{0.632} \left| \frac{\alpha + 2.3929}{\alpha_0 + 2.3929} \right|^{0.367} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}} \quad (14)$$

Denklem (14)'deki α_0 değerleri α_t , α_k , α_ε için sırasıyla $1/Pr$, 1 , 1 değerlerine eşittir.

Denklem (12) ve (13)'deki S ortalama gerilme tensörü oranı modülü;

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (15)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (16)$$

Denklem (13)'deki R' terimi;

$$R' = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (17)$$

Türbülans mutlak viskozitesi;

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (18)$$

Denklem (17)'daki η değeri;

$$\eta = Sk / \varepsilon \quad (19)$$

bağıntısı ile ifade edilir. Yukarıda verilen denklemlerin tümü Fluent® Kullanım Kılavuzundan (1998) alınmıştır. Denklemlerdeki $i=x_1$, $j=x_2$, $k=x_3$, $\eta_0=4.38$,

$\beta=0.012$, $C_\mu=0.085$, $C_{1\varepsilon}=1.42$ ve $C_{2\varepsilon}=1.68$ değerine eşittir. Duvara yakın yerlerde 'İki Tabakalı Bölge' modeli kullanılmıştır, bunlardan birincisi 'Viskozite Etkili Bölge', ikincisi ise 'Tamamen Türbülans Akışlı Bölge' olarak adlandırılır. Öncelikle Re_y sayısı aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır;

$$Re_y = \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu} \quad (20)$$

Burada y hesaplanmakta olan hücrenin merkezinin en yakın duvara olan mesafesidir. Eğer $Re_y > 200$ ise RNG k- ε türbülans modeli uygulanır, eğer $Re_y < 200$ ise sadece momentum ve türbülans kinetik enerjisi (k) korunumu denklemleri RNG k- ε türbülans modelindeki gibi kullanılır, μ_t türbülans viskozitesi ile ε türbülans kinetik enerjisi disipasyonu oranları ise aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır.

$$\mu_t = \rho C_\mu \sqrt{k} l_\mu \quad (21)$$

$$l_\mu = C_l * y * \left[1 - \exp\left(-\frac{Re_y}{A_\mu}\right) \right] \quad (22)$$

Türbülans kinetik enerjisi disipasyon oranı;

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \quad (23)$$

$$l_\varepsilon = C_l * y * \left[1 - \exp\left(-\frac{Re_y}{A_\varepsilon}\right) \right] \quad (24)$$

$$C_l = K * C_\mu^{-3/4} \quad (25)$$

Denklem (22)'deki $A_\mu=70$, $A_\varepsilon=30$ 'dur. Helisel kanalın iç duvarındaki (Plastik boru dış yüzeyi) ısı akısı;

$$q'' = \frac{(T_w - T_p) \rho C_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{y_T} \quad (26)$$

burada y_T^* boyutsuz termal sınır tabaka kalınlığı;

$$y_T^* = \begin{cases} \text{Pr } y^* \\ \text{Pr}_t \left[\frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) + P \right] \end{cases} \begin{cases} y^* < y_T^* \\ y^* > y_T^* \end{cases} \quad (27)$$

bağıntısından hesaplanır. Burada P değeri;

$$P = \frac{\pi/4}{\sin(\pi/4)} \left(\frac{A_v}{\kappa} \right)^{1/2} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_t} - 1 \right) \left(\frac{\text{Pr}_t}{\text{Pr}} \right)^{1/4} \quad (28)$$

Denklem (27) ve (28)'deki E, Von Karman katsayısı κ , duvardaki türbülanslı Pr sayısı Pr_t , Van Driest katsayısı A_v sırasıyla 9.793, 0.42, 0.85 ve 26'dır.

Denklem (27)'daki y^* boyutsuz viskoz alt tabaka kalınlığı;

$$y^* = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p}{\mu} \quad (29)$$

Burada y_p ; P hücresine en yakın duvarın mesafesidir.

Duvardaki h ısı taşınım katsayısı ise;

$$h = q'' / (T_w - T_\infty) \quad (30)$$

bağıntısından hesaplanır.

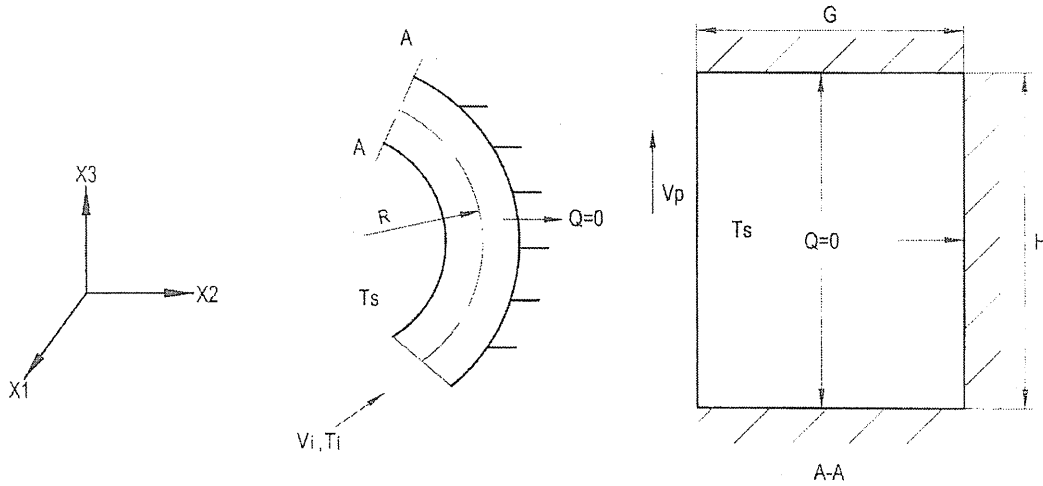
Sınır Şartları

Şekil 3'de kartezyen koordinat sistemi ve helisel kanal sınır şartları verilmiştir.

Giriş eksenel, çevresel, radyal hızları, sıcaklığı, türbülans kinetik enerjisi ve disipasyonu oranı sırasıyla $V_i, 0, 0, T_i, k_i, \epsilon_i$ değerindedir. Giriş türbülans kinetik enerjisi;

$$k_i = \frac{3}{2} (u_i I)^2 \quad (31)$$

burada I türbülans şiddetini ifade etmektedir;



Şekil 3. Dikdörtgen kesitli helisel kanal geometrisi ve koordinat sistemi

$$I = \frac{u'}{u} * \%100 \cong 0.16 (\text{Re}_{d_h})^{-1/8} \quad (32)$$

$$\text{Re}_{d_h} = \frac{V_i * d_h}{\nu} \quad (33)$$

Giriş türbülans kinetik enerjisi disipasyonu oranı;

$$\epsilon_i = c_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{l} \quad (34)$$

burada l türbülans uzunluk skalası;

$$l = 0.007 d_h \quad (35)$$

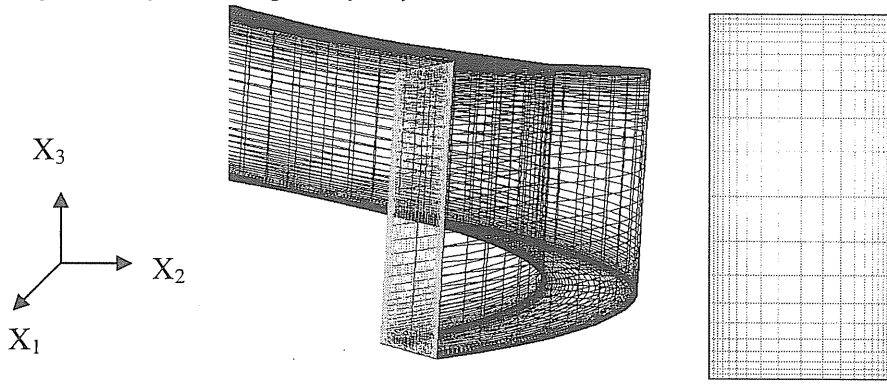
değerindedir. Helisel kanalın iç duvarı yatay yönde sabit V_p hızı ve T_s sabit yüzey sıcaklığında ilerlerken, helisin diğer üç duvarı hareketsiz ve adyabatiktir.

Helisel kanalın çıkış bölgesinde tüm değişkenlerin normal yönde değişimi sıfıra eşit alınmıştır.

$$\frac{\partial}{\partial n}(u_s, u_r, u_\theta, T, k, \varepsilon) = 0 \quad (36)$$

NÜMERİK ÇÖZÜM

Farklı boru üretim hızlarında plastik borudan suya geçen toplam ısı miktarı benzer deneysel sınır şartları kullanılarak bilgisayarda Fluent programı ile sayısal çözülmüştür. Bilgisayarda değişik uzunluklardaki helisel kanallar için sayısal çözümler yapılmış ve tamamen gelişmiş akış oluşması için iki turlu helisel kanalı çözmenin yeterli olduğu anlaşılmıştır.



Şekil 4. Helis kesiti hücre dağılımı

Sonlu küçük hacimlere bölünen akış bölgesinde her bir sonlu hacimde her bir değişkene ait cebirsel formdaki korunum denklemleri aşağıdaki gibi yazılır;

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + c \quad (37)$$

Burada a_p merkezdeki hücreye ait katsayıyı, a_{nb} komşu hücreye ait katsayıyı, c ise üretimin ve sınır şartlarının sabit değerini ifade etmektedir. SIMPLE çözüm algoritması kullanılarak süreklilik denklemi basınca bağlı çözülebilmektedir. Cebirsel denklemlerin tümü Gauss Siedel iterasyon metodu ile çözülür, her iterasyon sonucunda ϕ değişkeninin değişimi URF (Under Relaxation Factor) düzeltme katsayısı ile kontrol edilir. URF düzeltme katsayısı, denklemlerin

Sayısal çözümde akış kesiti, Şekil 4'de Kaya'nın (2002) önerdiği gibi duvarlara yakın bölgeler sık, duvardan uzaklaştıkça ortalara doğru seyrekleşen bir yapıda 50*50 adet küçük hücelere bölünerek ilgili denklemler sonlu hacimler metodu ile çözülmüştür. Kaya (2002) helisel kanal akış kesitini 20*20, 30*30, 40*40, 45*45 ve 50*50 adet hücreye bölerek bilgisayarda nümerik çözümler yapmış ve 45*45 ile 50*50 adet hücreli çözüm sonuçları arasında % 1'in çok altında bir farkın olduğunu dolayısı ile akış kesiti için en uygun hücre sayısının 50*50 olduğunu belirtmiştir. Ayrıca Li vd., (1998) helisel kanal akış alanını, aynı sayıda akış kesiti hücre sayısı için, eksenel yönde 120, 160 ve 200 adet hücreye bölerek bilgisayarda nümerik çözüm yapmış ve sonuçlar arasında % 1'in altında fark olduğunu göstermiştir. Bu nedenle bu çalışmada da nümerik çözüm, akış kesiti 50*50 adet akış alanı ise eksenel yönde 132 adet hücreye bölünerek yapılmıştır.

lineer olmamasından dolayı ortaya çıkabilecek muhtemel hatalı çözümleri önlemek için ϕ değişkeninin değişimini kontrol eden bir katsayıdır. Her bir iterasyon sonucu hesaplanan ϕ değeri ile bir önceki iterasyondan hesaplanan ϕ değeri arasındaki fark $\Delta \phi$ değeri, bir önceki iterasyondan hesaplanan ϕ değeri ile toplanır. Buradan bir sonraki iterasyonda kullanılacak olan tahmini ϕ değeri bulunur. Böylelikle çözümün yakınsama süresi kısalmış, güvenilirliği artar. Basınç, hız, sıcaklık, türbülans kinetik enerjisi ve disipasyonu için URF değerleri sırasıyla 0.3, 0.7, 0.8 ve 0.8 alınmıştır.

Nümerik çözümün yakınsayıp yakınsamadığı anlamak için tüm hücrelerdeki R artık değerlerin toplamının kritik R değerine (Denklem 38) eşit olup olmadığına bakılır.

$$\frac{R_{\phi}^n}{R_{\phi}^5} \leq 10^{-4} \quad (38)$$

Denklem (38)'deki R_{ϕ}^n değeri ϕ değişkeninin n. iterasyondaki artık değeridir, R_{ϕ}^5 ise ilk beş iterasyondaki ϕ değişkenine ait maksimum artık değerdir. Eğer denklem (38)'deki boyutsuz artık değerler oranı kritik değerden daha küçük ise (Enerjinin korunumu denklemi için 10^{-8}) yakınsama vardır ve iterasyon durdurulur. Yakınsama gerçekleşikten sonra nümerik çözüm sonucu hesaplanan helisel kanal iç duvarı ısı taşınım katsayısı (h) kullanılarak boru dış yüzeyinden (helisel kanal iç duvarı) soğutma suyuna geçen toplam ısı miktarı hesaplanır. Soğutulan borunun kalınlığının uzunluğuna göre çok küçük olması sebebiyle plastik boru çok uzun ve sonlu kalınlıkta bir duvar gibi kabul edilebilir. Bu sebeple aşağıdaki bağıntılar yardımıyla yatay yönde sabit hız ve sıcaklıkta hareket eden plastik boru dış yüzeyinden soğutma suyuna geçen toplam ısı miktarı hesaplanabilir.

Biot sayısı;

$$Bi = h * e / \lambda = \delta_n \tan \delta_n \quad (39)$$

Duvardaki ısı akısı;

$$\bar{q} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_e = 2\lambda(T_i - T_{\infty}) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\delta_n^2 \left(\frac{aI}{e^2} \right)} \frac{\delta_n}{e} \frac{\sin \delta_n \sin \delta_n}{\delta_n + \sin \delta_n \cos \delta_n} \quad (40)$$

Boru içerisindeki sıcaklık dağılımı;

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\delta_n^2 \frac{aI}{e^2}} \frac{\sin \delta_n \cos(\delta_n x / e)}{\delta_n + \sin \delta_n \cos \delta_n} \quad (41)$$

Helis iç duvarından (Plastik boru dış yüzeyi) soğutma suyuna geçen toplam ısı miktarı;

$$Q_n = \bar{q} * A \quad (42)$$

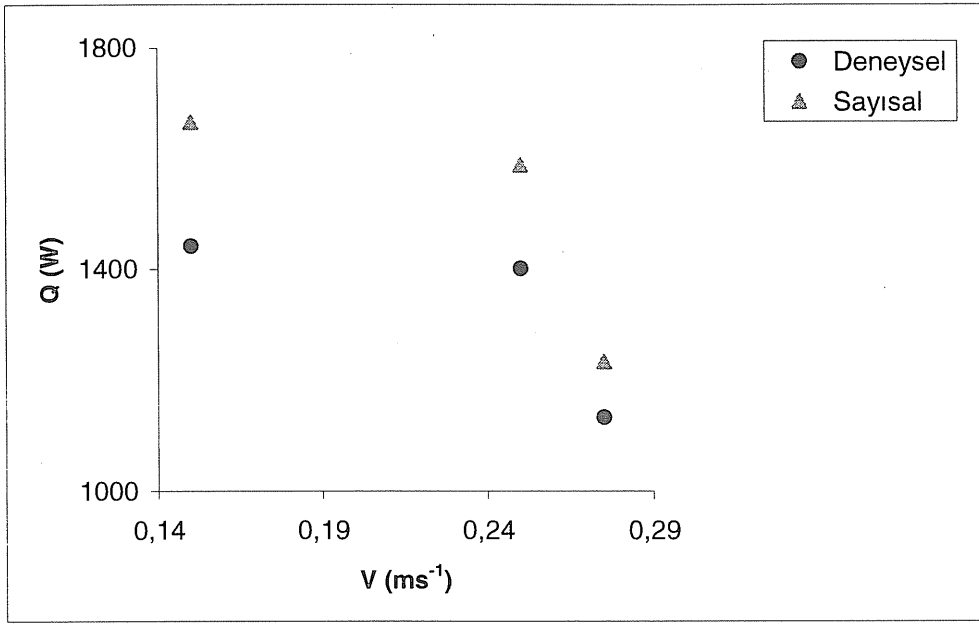
Denklem (42)'deki A değeri kalibre içerisinden geçen plastik borunun toplam dış yüzey alanıdır.

DENEYSEL VE NÜMERİK SONUÇLAR

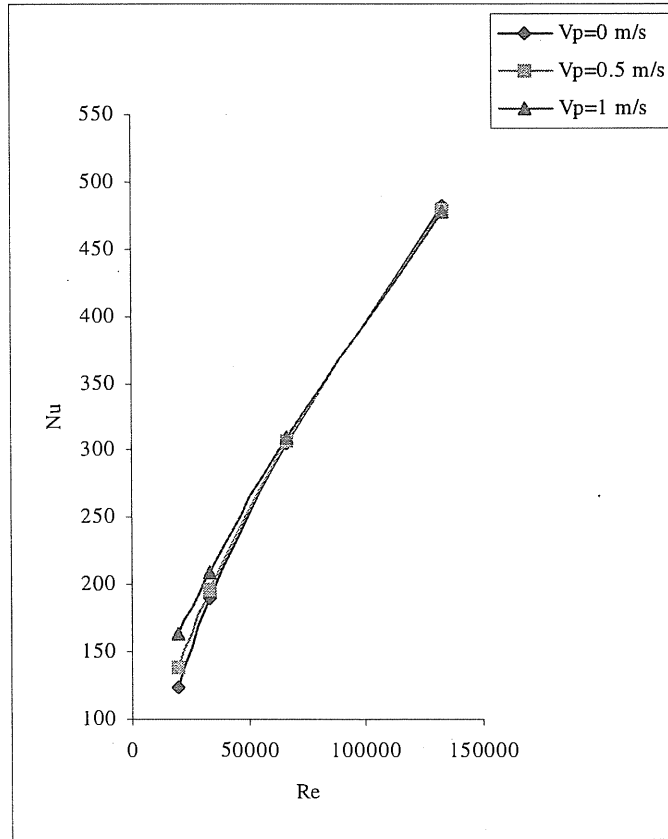
Farklı boru hızları için denklem (5)'den hesaplanan deneysel toplam ısı geçiş miktarı Q_s ile benzer deneysel sınır şartları kullanılarak bilgisayarda nümerik çözümle denklem (42)'den hesaplanan Q_n sayısal toplam ısı geçiş miktarı Şekil 5'de karşılaştırılmış ve nümerik çözünden elde edilen sonuçların deneylerden elde edilen sonuçlara göre ortalama % 10 büyük olduğu anlaşılmıştır. Çünkü nümerik çözümde bazı duvarlar adyabatik (tamamen ısı yalıtımlı $Q=0$) kabul edildiği halde, deney esnasında kullanılan yalıtım malzemesi adyabatik duvar sınır şartını tam olarak ($Q=0$) sağlayamamıştır. Şekil 5'den boru üretim hızı arttıkça deneysel ve nümerik çözüm sonuçlarının birbirine yaklaştığı görülmektedir. Bunun sebebi, aynı soğutma suyu debisi için boru üretim hızı artırıldıkça, suyun yatay x_1 yönündeki bağıl hız bileşeninin sıfıra yaklaşıyor olmasıdır. Böylelikle nümerik çözümde, soğutma suyunun sadece çevresel yöndeki hızı dikkate alınacak, çözümleri daha da basitleşecek ve gerçekçi sonuçlar elde edilebilecektir.

Nümerik çözüm ve deneysel sonuçların birbirine yakın olması nümerik çözümde kullanılan model, metot, algoritma ve enterpolasyon yöntemleri seçimlerinin uygun olduğunu göstermektedir. Dikdörtgen kesitli helisel kanalda türbülanslı akışta ısı geçişi benzer yöntemler kullanılarak bilgisayarda farklı geometrik boyutlar ve sınır şartları için nümerik çözülmüştür.

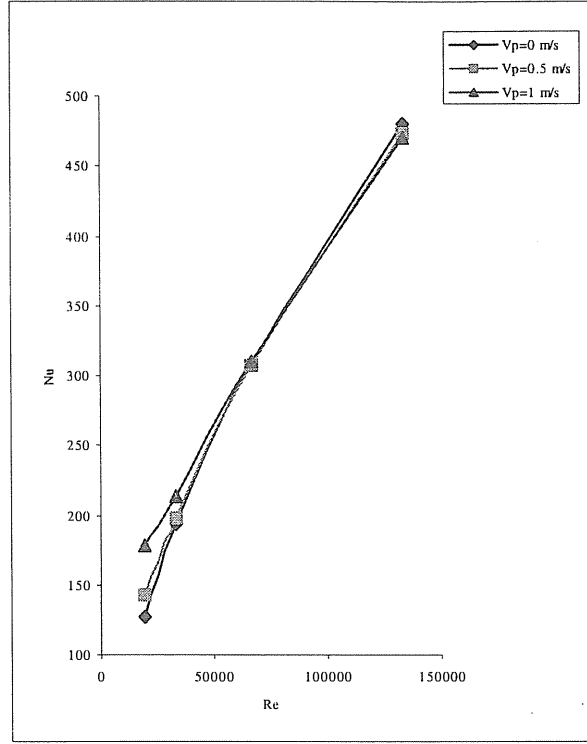
Farklı (a b R) değerleri ve üç farklı boru üretim hızı V_p için nümerik çözümden hesaplanan Nu değerleri sırasıyla Şekil 6, Şekil 7 ve Şekil 8'de verilmiştir. Buradan, özellikle düşük Re sayılarında (Örneğin $Re=30000$ gibi) Nu sayısı boru hızı artırıldıkça azalmaktadır. Bunun nedeni ise soğutma suyu akış hızı ile boru üretim hızının aynı anda artırılmasıyla birlikte soğutma suyunun x_3 yönündeki hız bileşeni ile plastik borunun (helis iç duvarı) aynı yöndeki V_p hız bileşeni arasındaki bağıl hızın azalmasıdır. Relatif akış hızının azaltılması aynı zamanda relatif Re sayısının da azalmasına ve dolayısıyla helis iç duvarı (plastik boru dış yüzeyi) üzerindeki Nu sayısının azalmasına neden olmaktadır.



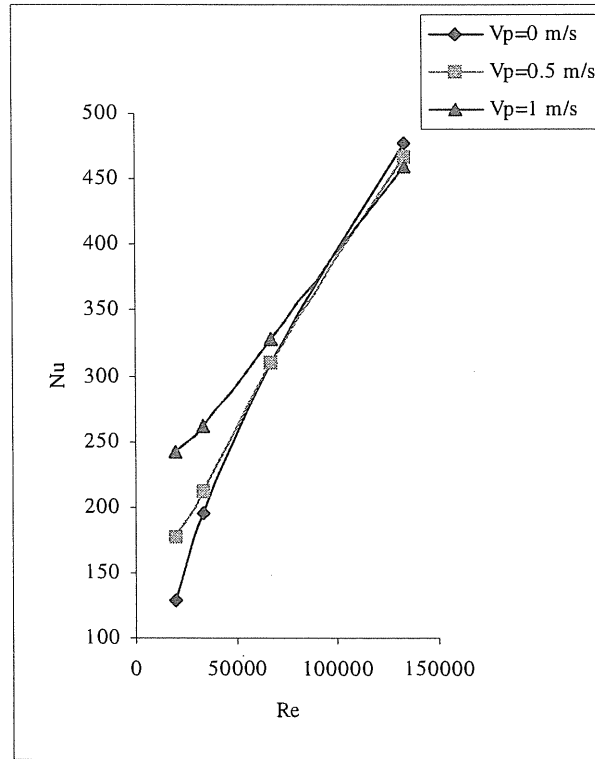
Şekil 5. Plastik borudan soğutma suyuna transfer olan ısı miktarı



Şekil 6. Farklı boru üretim hızlarında $a=1.5$ mm, $R=56.25$ mm ve $b=4.5$ mm için helis iç duvarı Nu sayısının Re sayısı ile değişimi



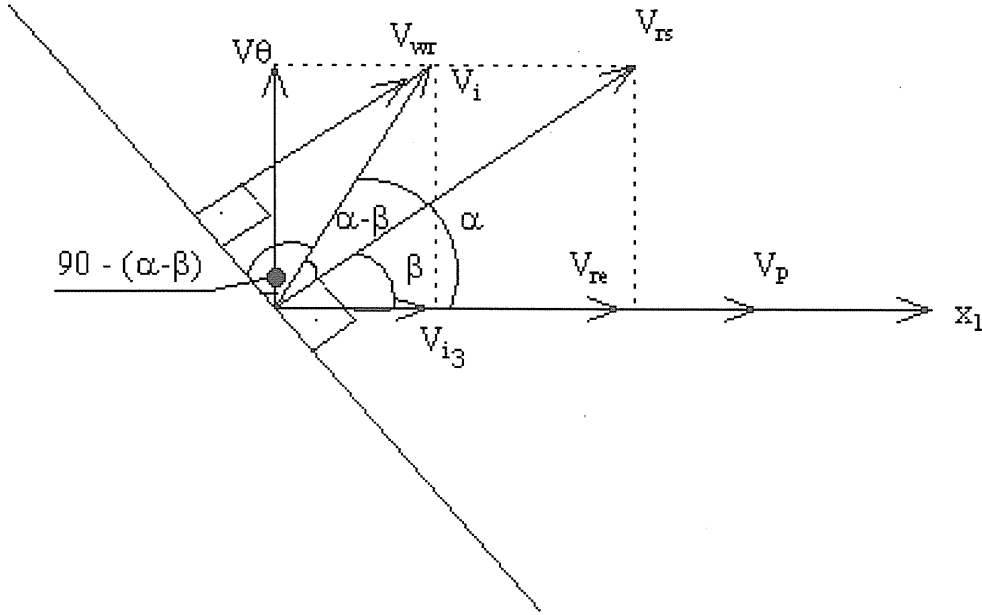
Şekil 7. Farklı boru üretim hızlarında $a=2$ mm, $R=25$ mm ve $b=6$ mm için helis iç duvarı Nu sayısının Re sayısı ile değişimi



Şekil 8. Farklı boru üretim hızlarında $a=4$ mm, $R=36.5$ mm ve $b=12$ mm için helis iç duvarı Nu sayısının Re sayısı ile değişimi

Nümerik çözümden elde edilen sonuçlar yardımıyla kare kesitli helisel kanallarda $f(V_i, V_p, a, b, R, \nu)$ değerlerinin fonksiyonu olan yeni bir Re'

sayısı bağıntısı geliştirilmiştir. Helisel kanalda farklı yönlerdeki hız bileşenleri, Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. Helisel kanalda akışta hız vektörleri

Buna göre relatif bağıl hız;

$$V_{re} = V_p - V_{i3} \quad (43)$$

Burada V_{i3} ; helisel kanal içerisindeki suyun ortalama akış hızı V_i 'nin x_3 yönündeki bileşenini ifade etmektedir.

$$V_{i3} = V_i \cdot \cos \alpha \quad (44)$$

$$\cos \alpha = b / ((\pi D)^2 + (b)^2)^{1/2} \quad (45)$$

V_i hızının çevresel yöndeki bileşeni ;

$$V_\theta = V_i \cdot ((\pi D)^2 + (b)^2)^{1/2} \quad (46)$$

Bağıl hız ile çevresel hızın bileşkesi;

$$V_{rs} = (V_\theta^2 + V_{re}^2)^{1/2} \quad (47)$$

Bileşke hız V_{rs} ile x_3 doğrultusu (V_{i3}) arasındaki açı β ile tanımlanırsa;

$$\beta = \arcsin(V_\theta / V_{rs}) \quad (48)$$

Tanımlamış olduğumuz yeni Re' sayısı;

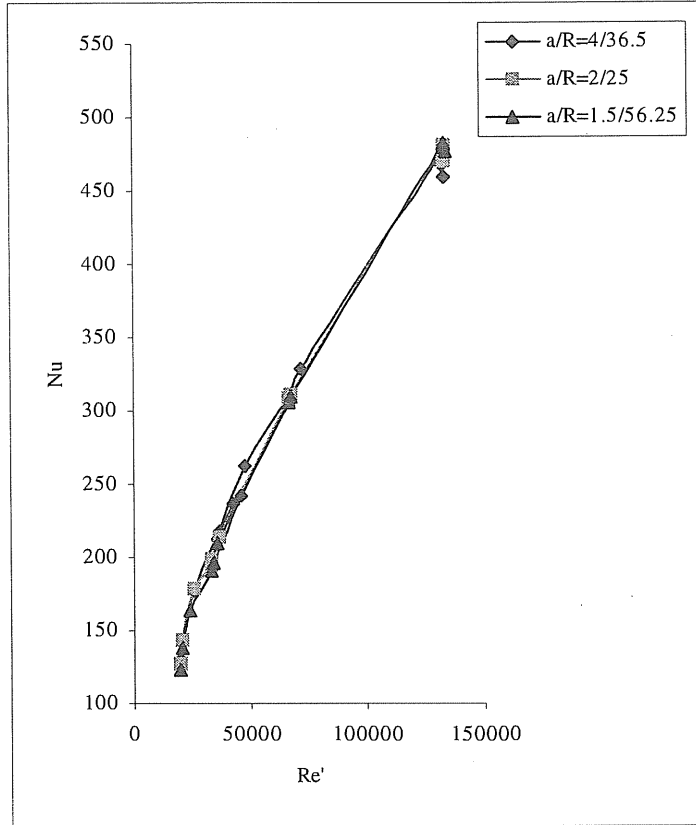
$$Re' = V' \cdot d_h / \nu \quad (49)$$

$$V' = 7.44V_{rs} - 6.44V_i \quad (50)$$

Denklem (50)'deki V' değeri bileşke hız V_{rs} ile suyun aksel giriş hızı V_i 'ye bağlı olarak geliştirilen yeni hız bağıntısıdır. Burada yeni bağıntı geliştirilirken dikkat edilecek husus, boru üretim hızı V_p sıfıra eşit ($V_p=0$) olduğunda $V'=V_i$ olmasıdır. Şekil-10'da farklı boru hızı ve helisel kanal geometrik boyutları için Nu sayısının Re' sayısı ile değişimi verilmiştir. Farklı a/R oranları ve aynı Re' sayısı için Nu sayıları arasında en fazla % 4 gibi bir farkın olduğu, eğrilerin birbiriyle hemen hemen çakışık olduğu anlaşılmıştır. Şekil 10'da yüksek Re' sayılarında Nu sayısında bir düşüş görülmektedir, bunun nedeni plastik borunun yatay x_3 yönündeki hızı ile helisel kanalda akmakta olan soğutma suyunun x_3 yönündeki bileşeni arasındaki bağıl hız değerinin azalmasıdır. Diğer bir ifade ile x_3

yönünde soğutma suyu ve plastik boru hızlarının birbirine yakın olması taşınım ısı geçişini azaltacak yönde etki etmektedir.

Bu nedenle belirli bir boru üretim hızı için maksimum ısı taşınımını sağlayacak soğutma suyu akış hızı tercih edilmelidir.



Şekil 10. Farklı boru üretim hızında Nu sayısının Re' sayısına göre değişimi

Yatay yönde sabit hız ve sıcaklıkta ilerleyen helisel kanal iç duvarındaki Nu sayısını hesaplayan Denklem (51) geliştirilmiştir. Helisel kanalın alt, üst ve dış duvarları hareketsiz ve adyabatik kabul edilmiştir.

$$Nu_c = Nu_s (1 + 5.28 \ln(V_{rs}/V_{wr})) / (V_{rs}/V_{wr}) \quad (51)$$

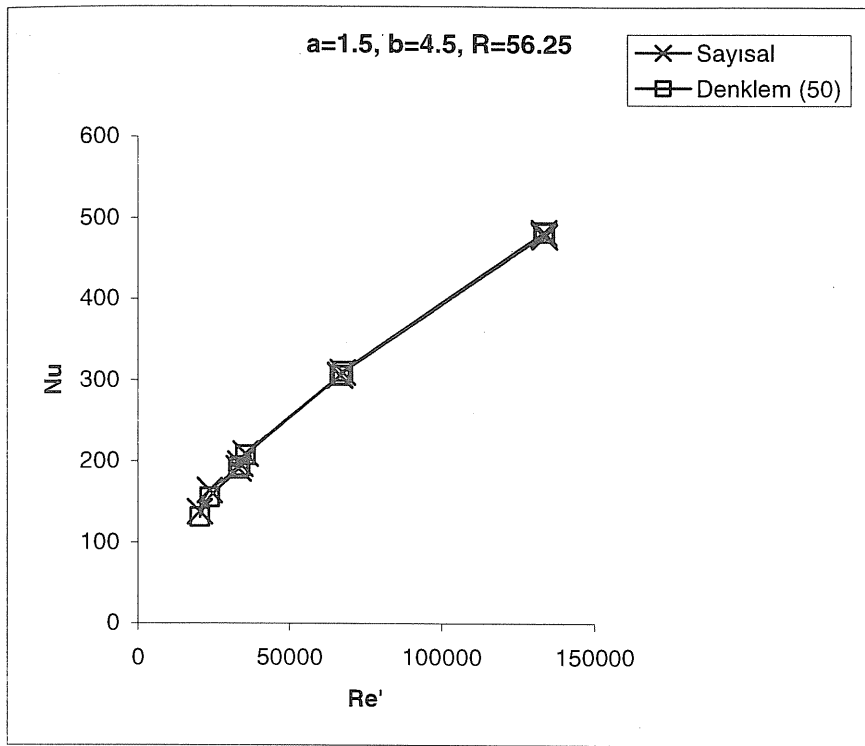
Burada Nu_s ise alt, üst ve dış duvarları adyabatik ve hareketsiz, iç duvarı ise sabit sıcaklıkta ve hareketsiz olan helisel kanalda helis iç duvarı Nu sayısını ifade etmektedir ve aşağıda verilen bağıntıdan (Kaya, 2002) hesaplanır.

$$Nu_s = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} (1.057 + 0.176 * \frac{a}{R}) \quad (52)$$

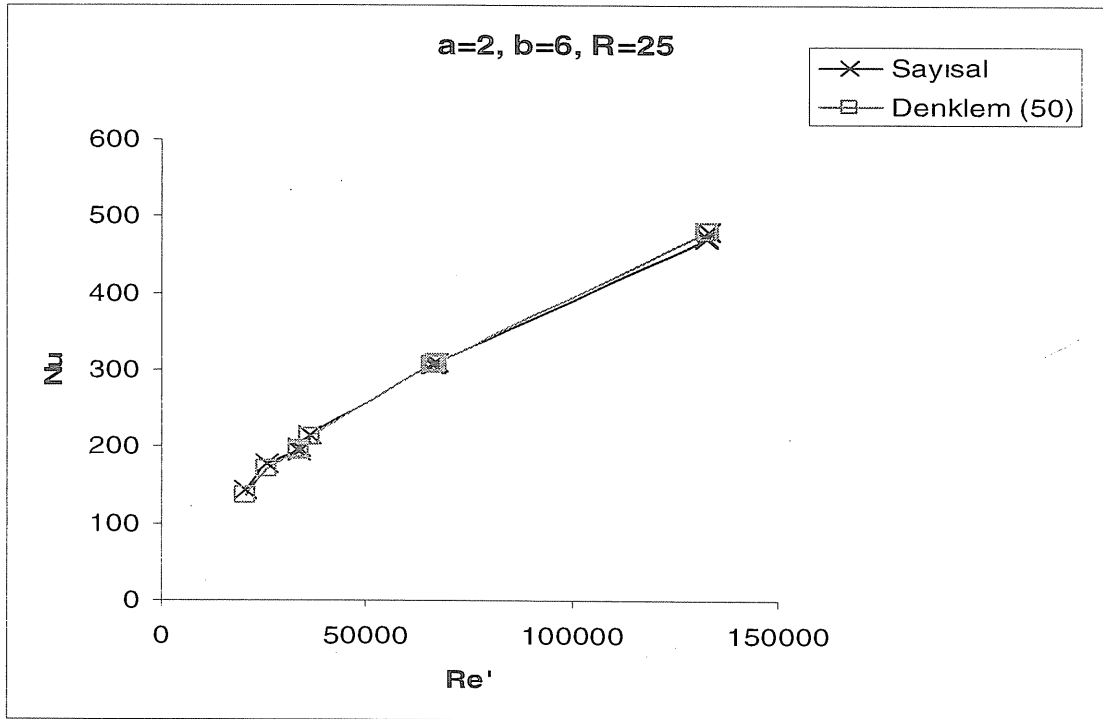
Denklem (51)'deki V_{wr} helisel kanalda ortalama akış hızı V_i 'nin V_{rs} yönündeki bileşeni olup aşağıdaki bağıntıdan bulunur.

$$V_{wr} = V_i \sin(90 - (\alpha - \beta)) \quad (53)$$

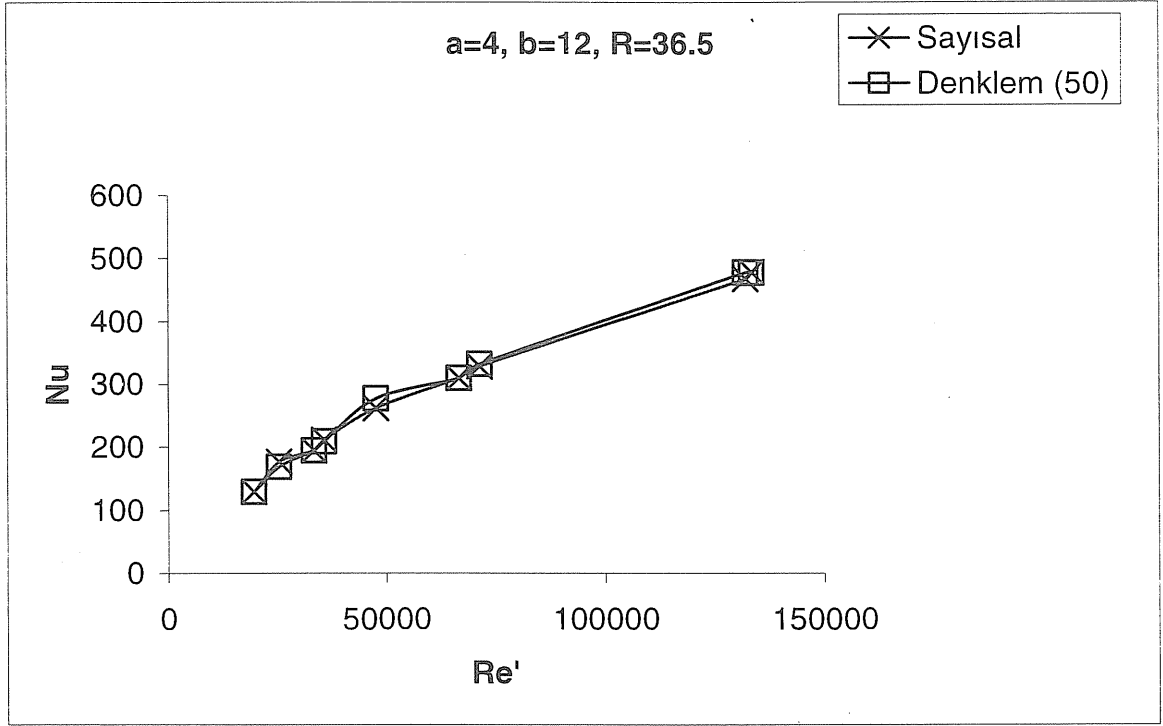
Denklem (51) ve (52); nümerik çözümlerden elde edilen sonuçlar yardımıyla eğri uydurularak bulunmuş amprik bağıntılardır. (51) nolu denklem, Şekil 10'dan anlaşılacağı gibi $0.0266 < a/R < 0.109$ ve $19500 < Re < 133000$ aralıklarında geçerlidir. Bu denklemle farklı geometrik boyutlardaki kare kesitli helisel kanallarda farklı helis iç duvarı hızları için helis iç duvarı Nu_c sayıları hesaplanmış ve nümerik sonuçlarla karşılaştırmaları Şekil 11, Şekil 12, Şekil 13'de verilmiştir. Şekillerden, nümerik çözüm ile amprik bağıntılardan hesaplanan değerler arasında en fazla % 5 gibi bir farkın olduğu anlaşılmıştır.



Şekil 11. Nümerik çözüm ve amprik bağıntıdan elde edilen Nu değerlerinin Re' sayısı ile değişimi



Şekil 12. Nümerik çözüm ve amprik bağıntıdan elde edilen Nu değerlerinin Re' sayısı ile değişimi



Şekil 13. Nümerik çözüm ve amprik bağıntıdan elde edilen Nu değerlerinin Re' sayısı ile değişimi

SONUÇ

İç duvarı sabit hız ve sıcaklıkta yatay yönde hareket eden, diğer üç duvarı hareketsiz ve adyabatik dikdörtgen kesitli helisel kanalda türbülanslı akışta ısı transferi deneysel ve nümerik çalışılmıştır.

Düşük Re sayılarında ($Re=50000$ gibi) helis iç duvarının yatay x_3 yönündeki hızı arttıkça Nu sayısı artmakta, büyük Re sayılarında ise ($Re=130000$ gibi) helisel kanal iç duvarının x_1 yönündeki hızı arttıkça Nu sayısı azalmaktadır.

V_i , V_p , a , b , R ve v değerlerine bağlı olarak yeni bir Re' sayısı bağıntısı geliştirilmiş ve bu bağıntı ile hesaplanan aynı Re' sayısı için nümerik çözümlerden elde edilen Nu sayıları arasında en fazla % 4 gibi bir farkın olduğu görülmüştür. Yatay yönde sabit hız ve sıcaklıkta ilerleyen helis iç duvarında türbülanslı akışta Nu_C sayısını hesaplayan yeni bir bağıntı geliştirilmiştir. Yeni bağıntıdan hesaplanan Nu_C değerleri ile nümerik çözümden elde edilen Nu_C değerlerinin birbirine oldukça yakın olduğu anlaşılmıştır.

KAYNAKLAR

- Bayazitoğlu, Y., Eason, R.M., Meade, A., Enhancement of Heat Transfer in Square Helical Ducts, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 137, 14, 2077-2087, 1994.
- Bolinder, C.J., Sunden, B., Numerical Prediction of Laminar Flow and Forced Convective Heat Transfer in a Helical Square Duct with a Finite Pitch, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39, 15, 3101-3115, 1996.
- Butuzov, A.I., Bezrodnny, M.K., Pustovit, M.M., Hydraulic Resistance and Heat Transfer in Forced Flow in Rectangular Coiled Tubes, *Heat Tr. Sov. Res.*, 7, 4, 84-88, 1975.
- Dravid, A.N., Smith, K.A., Merrill, E.W., Brian, P.L.T., Effect of Secondary Fluid Motion on Laminar Flow Heat Transfer in Helically Coiled Tubes, *AIChE Journal*, 17, 5, 1114-1122, 1971.
- Kadambi, V., Heat Transfer and Pressure Drop in a Helically Coiled Rectangular Duct, *ASME Paper*, 83, WA/HT-1, 1983.

Li, L.J., Lin, C.X., Ebadian, M.A., Turbulent Mixed Convective Heat Transfer in the Entrance Region of a Curved Pipe with Uniform Wall Temperature, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41, 3793-3805, 1998.

Patankar, S.V., Pratap, V.S., Spalding, B., Prediction of Laminar Flow and Heat Transfer in Helically Coiled Pipes, *J. Fluid Mechanics*, 62, 3, 539-551, 1974.

Patankar, S.V., Pratap, V.S., Spalding, B., Prediction of Turbulent Flow in Curved Pipes, *J. Fluid Mech.*, 67, 583-595, 1975.

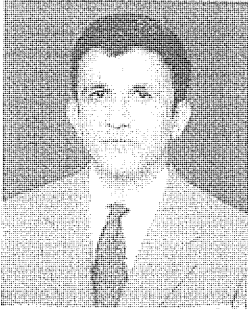
Srinivasan, P.S., Nandapurkar, S.S., Holland, F.A., *Friction Factors for Coils*, Trans. Inst. Chem. Eng., 38, T156-T161, 1970.

Yakhot, V., Orszag, S.A., Devolepment of Turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique, *Physics of Fluids A*, 4, 7, 1510-1520, 1986.

Yang, G., Ebadian, M.A., Turbulent Forced Convection in Helicoidal Pipe with Substantial Pitch, *Int. J. Heat Transfer*, 39, 10, 2015-2022, 1996.

Fluent® *Kullanım Kılavuzu*, Fluent Incorporated Centerra Resource Park, Lebanon, 1998

Kaya, O., Plastik Boru Ekstrüder Kalibrelerinde Isı Transferinin İyileştirilmesi, *Doktora Tezi*, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2002.



Okyar KAYA

02.10.1973 tarihinde Denizli'de doğdu. 1995 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümünden mezun oldu. 1995 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Isı Proses Bilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimine ve yine aynı yıl Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü Termodinamik Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. 1997 yılında yüksek lisansını tamamladı ve yine aynı yıl Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Isı Proses Bilim Dalında doktora öğrenimine başladı. 1999 yılında YÖK'ün 35. madde kapsamında Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsüne Araştırma Görevlisi olarak atandı. 2002 yılında doktorasını tamamladı. Askerliğini Ankara Kara Harp Okulunda Isı Transferi dersi öğretim elemanı olarak yapmıştır. Halen Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü Termodinamik Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmalarına devam etmektedir.