

BİLİM ve TEKNİK KATKILAR



Ondüleli Bir Boru Yüzeyinden Akan Sıvı Filmin Hidrodinamiğinin Teorik İncelenmesi

Canan Özgen, T.Somer, Y.Göğüş*

Canan Özgen

1947 yılında Midyat'ta doğdu. 1965 yılında, Ankara Kolejini, 1969 yılında da ODTÜ Kimya Mühendisliğini bitirdi. Daha sonra aynı bölümden yüksek lisans ve doktora derecelerini aldı. Halen ODTÜ Kimya Mühendisliği bölümünde öğretim üyesi olarak çalışmaktadır. İlgilendiği konular: Birim işlemler, süreç denetim

Tarık G. Somer

Kimya Mühendisliği öğrenimini USA'da yapmış, iki yıl Du Pont firmasında çalışmıştır. ODTÜ'nün kuruluşunda yurda dönerek görev almış, 1957'de Doçent, 1964'de Profesör olmuştur. Unit Operasyonlar, Isı ve Kütlesel Transferi konularında yayınları bulunmaktadır.

SUMMARY

Hydrodynamic characteristics of liquid films falling down on the outer surface of fluted tubes have been investigated theoretically with different methods. Velocity distribution, volumetric flow rate and cross sectional area for the falling films are expressed as a function of flute geometry and operating conditions. The thickness of the falling film and its variation have been calculated by using the variational numeric method which gives results that are in good agreement with the experiments.

ÖZET

Dik bir ondüleli boru yüzeyinden aşağıya doğru akan sıvının hidrodinamik karakteristikleri değişik teorik yöntemler kullanılarak saptanmıştır. İnce sıvı filmi için hız dağılımı, hacimsel hız ve akım kesit alanı boru geometrik parametreleri ve çalışma şartları ile ifade edilmişlerdir. Deneyel verilere en yakın sonuçları veren varyasyonel-sayısal yöntem yardımı ile, sıvı filminin kalınlık dağılımı hesaplanmıştır.

GİRİŞ

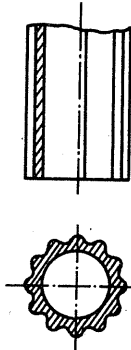
Damıtma ile deniz suyu saflaştırılmasının çok büyük kapasiteye ihtiyaç göstermesi, buhar boru sayısının çok fazla, dolayısıyla boru yüzeyinin çok geniş olmasını gerektirmektedir. Birim boru yüzeyinden daha fazla ısı transferini sağlamak için iletim yöntemlerinin yanı sıra boru geometrisinde de önemli değişiklikler yapılmaktadır. Değişik geometrilerde tasarımı yapılan borular arasında, ondüleli ve yüzeyi arttırılmış borular da vardır (Şekil 1). Konu ile ilgili yayınlarda bu tip

boruların ısı transfer katsayılarını hesaplamak için yeterli bilgi mevcut değildir. Ondüleli boru dış yüzeyinden akan sıvı filminin aldığı şekil ve değişik akış hızlarındaki film kalınlığı ısı transferini etkilediği için önemli olmaktadır. Bu çalışmada, ondüleli boru yüzeyinde yoğunlaşarak aşağı akan sıvı filmin hidrodinamik analizinin teorik çözümlemesi verilecek ve sonuçlar konu ile ilgili yapılan deneysel çalışmaların (7) verileri ile karşılaştırılacaktır.

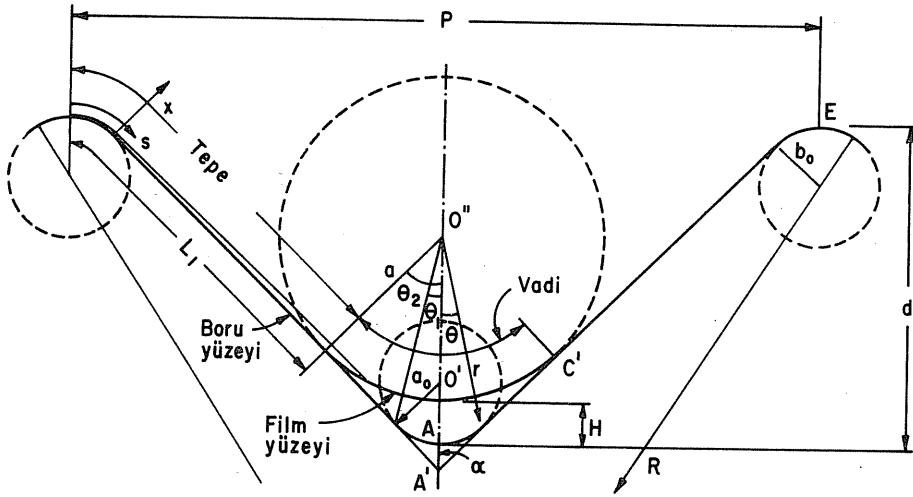
TEORİK ÇALIŞMALAR

Büyütülen bir ondüle profili Şekil 2'de verilmiştir. Böyle bir yüzeyde yoğunlaşan buhar aşağıya doğru akarken, yüzey gerilimin boru eksenine dik yüzey dahilinde iki ayrı bölgede büyük bir basınç farkı yaratması, film kalınlığının ondüle tepelerinde incelmeye neden olmaktadır (3). Sıvı, ondüle tepelerinden kanala doğru gelerek, kanaldan aşağı boru boyunca akmaktadır. Böylece, bir ondüle de sıvı filmi için iki ayrı bölge tanımlamak mümkün olabilmektedir;

- Filmin daha kalın olduğu vadi bölgesi, ki burada sadece yer çekimi doğrultusunda



Şekil 1. Dıştan boyunca ondülendirilmiş
düşey boru.



Şekil 2 Ondüveli bir yüzeyden akan sıvı profili.

bir akım olduğu yapılan kuvvet dengeleri sonucunda kabul edilmiştir.

- b. Filmin çok ince olduğu tepe bölgeleri, ki bu kısımlardan sadece kanala doğru bir akım söz konusudur (7).

Bu çalışmada sadece vadi bölgesinde boru eksenini boyunca akan sıvı filminin hidrodinamik çalışmaları verilecektir.

Bir ondüle kanaldan akan sıvı filminin hız dağılımını kuramsal olarak bulabilmek için Navier-Stokes denklemlerinin çözülmesi gerekmektedir. Ancak, bu akış rejimi için analitik bir çözüm elde etmek, sadece bu denklemleri üç boyutlu bir akış için çözmeye karşılaşılan iyi bilinen problemler yüzünden değil, aynı zamanda gaz-sıvı ara yüzeyinde söz konusu olan yüzey gerilim nedeniyle de zorlaşmaktadır (1). Ara yüzeydeki yüzey eğimi nedeniyle doğan basınç farkı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\Delta P - 2\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)_{\text{ara yüzey}} = - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \sigma \quad (1)$$

Bütün bu izah edilen nedenlerle Navier-Stokes denklemlerine hiçbir yerde yeterli bir çözüm bildirilmemiştir. Bu çalışmada böyle bir sistemde hareket denklemi (2) bazı varsayımlarla ancak yaklaşık olarak çözülmüştür.

Varsayımlar:

1. Vadide akan sıvıda 'r' ve 'θ' yönlerindeki akışlar ihmal edilebilir. ($V_r = 0$, $V_\theta = 0$)
2. Su filminin kalınlığı çok az olduğundan, bu film üzerinde etki eden bütün kuvvetlerin 'z' yönündeki bileşikleri sıfırdır. Seviye ne olursa olsun, gaz basıncının da her yerde aynı olduğu düşünülürse; $\frac{\partial P}{\partial z} = 0$.
3. Sıvının yoğunluk, viskozite ve yüzey gerilimindeki sıcaklık ve basınçla ilgili değişimler ihmal edilirse, fiziksel özellikler sabittir.

Bu varsayımların ışığında, Navier-Stokes kısmi differansiyel denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \quad (2)$$

Boyutsuz karşılaştırmalı çalışmalar sonucunda Denklem(2) kanal bölgesi için aşağıdaki hale dönüşmektedir; (6)

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\rho g}{\mu} \quad (3)$$

Sınır şartları,

1. $r = \text{boru yüzeyi} = a + h$ $V_z = 0$
2. $r = \text{film yüzeyi} = a$ $\partial V_z / \partial r = 0$
3. $\theta = 0$ $\frac{\partial V_z}{\partial \theta} = 0$
4. $\theta = \theta_2$ $V_z = 0$

$$5. \text{ Ara yüzeyde } \Delta P = - \frac{\sigma}{R_1} + 2\mu \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} \right) \quad (4)$$

$$\text{fakat } \frac{\partial V}{\partial r} = 0, \text{ dolayısıyla } P_1 - P_s = - \frac{\sigma}{R_1} \quad (5)$$

Denklem(5) kullanılarak sıvı filminin yüzey şekli bulunabilir. Basınç düşmesinin (θ) yönündeki değişimi, sıvı θ yönünde durgun olduğundan sabittir. Ara yüzeyin gaz fazıyla aynı sıcaklıkta ve sabit bir derecede oluşu nedeniyle, yüzey eğrisi yarıçapı R_1 'in θ yönünde değişimi sıfır, dolayısıyla R_1 sabittir. Bu Şekil 2'de de gösterildiği gibi kanaldaki sıvı yüzeyinin dairesel olduğunu ifade eden önemli bir sonuçtur.

Değişik geometrilerde ondüveli borular imal edilmektedir. Her geometri için değişik çaptaki dairelere uyan sıvı film yüzeyleri çizilebilir. Metal yüzeyi ile saf su arasındaki temas açısı sıfır olduğuna göre (5) her iki ondüle yanal yüzeyine teğet çizilen herhangi bir daire belli bir hacimsal akış

hızındaki film yüzeyi olmaktadır. Asıl sorun her profile uyan hacımsal hızın bulunmasıdır. Bu da Denklem(3)'ün 4. denklemdeki sınır şartları ile çözümünü gerektirir. Bunun için hepsi de yaklaşık çözüm veren üç yöntem denenmiştir.

1. Varyasyonel-Sayısal Yöntem (Model I) (4)

Eğer bir sistem için tam bir analitik çözüm bulmak zorsa, yaklaşık çözümler denenebilir. Şekil 2'deki ondüle kesiti ile düz bir levha arasında bir benzerlik düşünülebilir. Nasıl düz bir levha üzerindeki akışta hız dağılımı parabolik ise, bir ondüle kanalında da 'r' yönündeki hız dağılımı ikinci dereceden bir polinom olarak alınabilir. Hızın θ yönündeki değişimi ise hareket denklemi çözümü ile bulunabilir.

$$V_z(r, \theta) = \sum_{n=0}^N R_n(r) \theta_n(\theta) \quad (6)$$

$$V_z(r, \theta) = A(\theta)(r-a)^2 + B(\theta)(r-a) + C(\theta) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{Sınır şartları} \quad & 1. r = a+h \quad V_z = 0 \\ & 2. r = a \quad \partial V_z / \partial r = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

yardımla yukarıdaki denklem çözüldüğünde

$$V_z(r, \theta) = A(\theta)(r^2 - 2ra + a^2 - h^2) \quad (9)$$

elde edilebilir.

Böylece hacımsal akış hızı şu şekilde yazılabilir:

$$\dot{V} = 2 \int_0^{\theta_1} \int_a^{a+h} A(\theta) (r^2 - 2ra + a^2 - h^2) r dr d\theta \quad (10)$$

sonra da,

$$\dot{V} = -2 \int_0^{\theta_1} A(\theta) \left(\frac{h^4}{4} + 2 \frac{h^3 a}{3} \right) d\theta \quad (10)$$

Buradan anlaşılacağı üzere, hacımsal akış hızı $\dot{V}$, ancak $A(\theta)$ çözüldükten sonra elde edilebilir.

Denklem (3)deki hareket denklemi varyasyonel formülasyonun Euler denklemi olarak alındığında,

$$\delta I = \int_0^{\theta_1} \int_a^{a+h} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\rho g}{\mu} \right] \delta V_z r dr d\theta \quad (11)$$

elde edilir.

Akış hızı V_z 'nın varyasyonu

$$\delta V_z = (r^2 - 2ra + a^2 - h^2) \delta A(\theta) \quad (12)$$

olduğuna göre Denklem (12) ve Denklem (9) yardımı ile Denklem (11) deki terimler hesaplanabilir.

Denklem (11)'e göre integre edildiğinde, integrant, (θ) 'a göre integre edilecek değişken kat sayılı bir ikinci derece differansiyel denklemi olur

(Denklem 13). Ancak, film kalınlığının, θ 'ya bağımlılığı nedeniyle analitik olarak bu integrasyonu çözmek imkansızdır.

$$F1(\theta) \frac{d^2 A(\theta)}{d\theta^2} + F2(\theta) \frac{dA(\theta)}{d\theta} + F3(\theta) A(\theta) + F4(\theta) = 0 \quad (13)$$

Her ne kadar film kalınlığının θ cinsinden ifade etmek mümkünse de, bu karışık bir fonksiyon olmakta ve neticede integral analitik olarak çözülememektedir.

Denklem (13)'ün çözümü sayısal olarak bilgisayar kullanılarak elde edilmiştir. Sıvı akış kesit alanı, değişik film yüzeyleri için θ yönünde eşit dilimlere bölünmüş ve her dilim için film kalınlığı, h , çizilen şekillerden ölçülerek, belirli aralıklar tekniği yardımı ile $A(\theta)$ değerlerinin her dilim için bulunmasında kullanılmıştır. Daha sonra bu değerler Denklem (10)'a uygulanmış ve Simpson'un integrasyon formülasyonu kullanılarak, hacımsal akışlar değişik film kesitleri için hesaplanmıştır.

2. Varyasyonel-Analitik Yöntem (Model II)

Bu yöntemin birinciden farkı, film kalınlığı, h 'in ifadesindedir. Film kalınlığı çizilen şekillerden ölçüleceğine ondüle boyutları (Şekil 2) cinsinden analitik bir denklemle ifade edilmiştir. Ancak bu ifadeler boru yüzeyinin düzgün olduğu durumlarda daha geçerli olmaktadır. Böylece,

$$\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2; \quad h = a(1/\cos(\theta_2 - \theta) - 1) \dots \dots (14)$$

$$0 \leq \theta \leq \theta_1; \quad h = (a - a_0) \cos \theta / \sin \alpha - a \quad (15)$$

$$-a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{a - a_0}{a_0} \right)^2 \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \alpha}} \dots \dots$$

$$\text{Burada } \theta_1 = \theta_2 - \tan^{-1} \left(\frac{a - a_0}{a} \cot \alpha \right)$$

$$\text{akış alanı, } A = (a^2 - a_0^2) (\cot \alpha - \theta_2) \quad (16)$$

olmaktadır.

Görüldüğü gibi Denklem (14) ve (15), Denklem (13)'ün analitik çözümünde kullanılmayacak kadar karışıktır. Bu nedenle, akış alanı daha önce de anlatıldığı gibi θ yönünde eşit daire dilimlerine bölünerek ve her dilimde film kalınlığı, h , 14. ve 15. denklemler yardımı ile hesaplanarak sayısal yöntemle $A(\theta)$ değerlerinin, dolayısıyla hacımsal hız değerlerinin bulunmasında kullanılmışlardır.

3. Düşen-Film Yaklaşımı (Model III)

Dik bir yüzey üzerinden akan sabit kalınlıktaki bir film için hareket denklemi çözümleri kolaylıkla elde edilebilir. Aynı şekilde, ondüle vadi kısımlarının kapladığı alan (θ) yönünde küçük daire dilimlerine bölündüğünde, her $\Delta\theta$ aralığı, silindirik bir yüzeyde sabit bir kalınlıkta (o aralık için) düşen film (falling film) olarak ele alınabilir. Bu film kalınlığı, aralığın başındaki ve sonundaki film kalınlıklarının aritmetik ortalaması olarak kabul edilebilir. Navier-Stokes denklemleri, daha önce yapılan varsayımlarla, her $\Delta\theta$

aralığı için şu şekilde basitleştirilebilir;

$$0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV_z}{dr} \right) + \frac{\rho g}{\mu} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{Sınır şartları: } r = a \quad dV_z/dr &= 0 \\ r = a+h \quad V_z &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Her dilim için akış hızının dağılımı çözümlünce

$$V_z = \frac{\rho g}{2\mu} \left[\frac{(a+h)^2 - r^2}{2} + a^2 \ln \frac{r}{a+h} \right] \quad (19)$$

ifadesi elde edilir.

Her dilimdeki hacımsal hız (19).denklemin integrasyonu ile bulunabilir. Bütün dilimlerdeki hacımsal akış hızlarının toplamı da vadi kısmındaki toplam hacımsal akış hızını vermektedir.

$$\dot{V} = \frac{\rho g}{\mu} \Delta \theta \sum_{i=1}^n \left[\frac{(a+h)_i^4}{8} + \frac{3a^4}{8} - \right. \quad (20)$$

$$\left. \frac{(a+h)_i^2 - a^2}{2} + \frac{a^4}{2} \ln \frac{(a+h)_i}{a} \right]$$

Her $\Delta \theta$ aralığında, $h = h_i = \text{sabit} = (h_{i-1} + h_{i+1})/2$. Bilgisayar yardımı ile değişik boru geometrilerinde, değişik 'a' değerleri için hacımsal hızlar hesaplanmıştır.

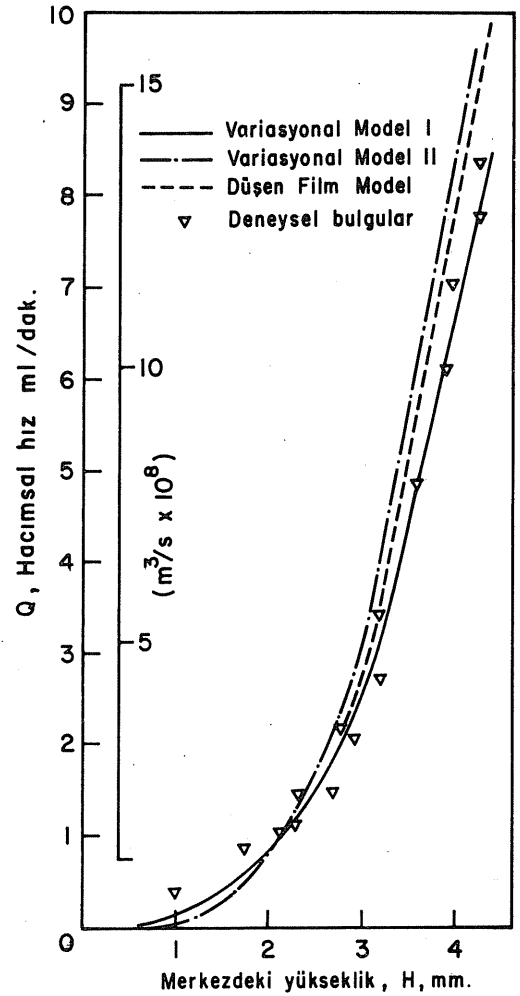
BULGULAR

Herhangi bir sıvı film profilinde, filmin merkezindeki yüksekliği, 'H', (Şekil 1), hacımsal hızı, kesit alanı ve diğer film özelliklerinin değerlerini belirleyen esas boyut olarak kabul edilebilir. Buradan hareketle, deneysel veriler, Şekil 3'de de görüldüğü gibi, belirli bir ondüle profili için hacımsal akış hızı, $\dot{V}$ ye karşı, merkezdeki yükseklik, H, olarak işaretlenmiştir. Aynı şekilde yukarıda anlatılan teorik yöntemler sonucunda elde edilen veriler de ayrı çizgiler halinde gösterilmiştir.

Kullanılan üç teorik yöntemden deneysel verilere en çok yaklaşımı Varyasyonal-Sayısal Yöntemi olmaktadır.

İkinci modelde değişik ondülelerin yüzey şekilleri ve film kalınlığının dağılımı analitik olarak tarif edilmektedir. Düşük akım hızlarında, birinci ve ikinci modelin verdiği sonuçlar birbirine yakınsa da, akış hızı arttığında, ikinci modelin verdiği akış hızları birinciden daha fazla olmaktadır. İkinci modeldeki esas sapmalar basit yollarla geometrisi tarif edilemeyen düzensiz şekilli borularda görülmektedir.

Üçüncü model, Düşen-Film Yaklaşımı, bu modeller arasında uygulanması en kolay olmasına karşın, özellikle yüksek akış hızlarında deneysel verilerden büyük sapmalar vermektedir. Bu modelin dayandığı denklemin elde edilmesinde yapılan ve (θ) yönünde filmin dilimlere ayrılıp her dilimin bağımsız akışı şeklindeki varsayım çok tutarlı değildir. Buna rağmen, bu modelin (θ) yönündeki değişimin daha düzgün olduğu ondüle geometrilerinde daha iyi sonuçlar vereceğine inanılmaktadır.



Şekil 3. Deneysel ve kuramsal bulguların karşılaştırılması.

Sonuç olarak Varyasyonal-Sayısal Yöntemin bütün borular için, özellikle yüksek akış hızlarında kullanılabileceği ortaya çıkmaktadır. Küçük akış hızlarında deneysel verilerden ayrılmalar gözükse bile pratikte düşey ısı değiştiricilerinde yüksek akış hızları olacağı düşünülürse bu küçük ayrıntının önemli olmadığı ortaya çıkar.

SONUÇLAR

Araştırmada ele alınan, dik duran ondüleli boruların dış yüzeylerinde akan sıvı filmin hidrodinamik karakteristiklerinin incelenmesi ilk kez bu kadar ayrıntılı yapılmaktadır.

Kurulan modeller yardımı ile boru yüzeyindeki sıvı akışının hacımsal akış hızı, hız dağılımı ve film kesit alan geometrisi hesaplanabilmektedir.

Bu araştırmanın devamı olarak kurulan çift borulu bir ısı değiştiricide model yardımı ile bulunan film kalınlıkları dikkate alınarak, ısı transfer katsayılarının geçerliliği denenmiş ve deneysel bulgularla sadece %10'a kadar varan farklılıklar görülmüştür.

SİMGELER

- a_o : ondüle kanalı eğri yarıçapı, cm
 a : film yüzeyi eğri yarıçapı, cm
 b_o : ondüle tepesi eğri yarıçapı, cm
 d : ondüle derinliği, cm
 D : boru çapı, cm

$$F1 : -3/4h^4 + 5/3h^3a + a^2h^2 - 2a^3h +$$

$$(a^2 - h^2) \ln \frac{a+h}{a}$$

$$F2 : -4h \frac{dh}{d\theta} (h^2/2 - ah + (a^2 - h^2) \ln \frac{a+h}{a})$$

$$F3 : -(h^4 + 4/3 ah^3 + 2(\frac{dh}{d\theta})^2 + h \frac{d^2h}{d\theta^2})$$

$$(h^2/2 - ah + (a^2 - h^2) \ln \frac{a+h}{a})$$

$$F4 : -\rho g/\mu (h^4/4 - 2/3 h^3)$$

- g : yerçekimi ivmesi, 980 cm/san²
 H, h : film kalınlığı, cm
 N : ondüle sayısı
 P : basınç, atm

- p : ondüle tepe uzaklığı, cm
 $\dot{V}$: hacimsal hız, ml/dak
 V_z : akım hızı, cm/dak
 σ : yüzey gerilim, dyne/cm
 ρ : yoğunluk, gm/cm³
 μ : viskozite gm/cm-san
 α, θ : ondüle açısı
 λ : film yüzeyi açısı, rad

KAYNAKLAR

1. Batchelor, G.K., "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge Univ. Press. New York, p. 147-151, (1967).
2. Bird, R.B., Steward, W.E., Lightfoot, E.N., "Transport Phenomena", p.83-85, Wiley and Sons, New York, (1960).
3. Gregorig, Zeit. Für. Ang. Math. Physik, 5, 36-49, (1954).
4. Kantorovich, L.V. ve Krylov, V.I., "Approximate Methods of Higher Analysis". Interscience, New York, (1959).
5. Osipow, L.I., "Surface Chemistry and Industrial Applications", Chapman and Hall Ltd., London, (1962).
6. Schlichting, H., "Boundary Layer Theory", McGraw Hill Book Co., New York, (1955).
7. Somer, T.G., Özgen C., Desalination, 34, 233-247, (1980).

Kritik Reynolds Sayısının Hesaplanması Üzerine Bir İnceleme

İsmail Tosun*

O.D.T.Ü. Kimya Müh. Bölümü

ABSTRACT

The use of generalized stability parameter to calculate the critical Reynolds number for pipe flow, flow between parallel plates, and flow in concentric annulus is presented.

ÖZET

Kararlılık parametresi kullanılarak boru içindeki, iki paralel levha arasındaki ve eşmerkezli iki boru arasındaki akışlar için kritik Reynolds sayısını hesaplama yöntemi gösterilmiştir.

GİRİŞ

Isı değiştiricilerinde, akışkan genellikle boru içinden, eşmerkezli iki boru arasından, veya iki paralel levha arasından akar. Bu tip cihazların tasarımı için gerekli olan toplam ısı transfer katsayısı literatürdeki korelasyonlar yardımıyla hesaplanabilir. Bu korelasyonlar akışın laminar veya kargaşalı olmasına göre değiştiğinden, herhangi bir akış geometrisi için kritik Reynolds sayısının bilinmesi gerekmektedir. Bu incelemede, kritik Reynolds sayısını teorik olarak hesaplama yöntemi gösterilmiştir.

KARARLILIK PARAMETRESİNİN TANIMI

Akışkanlar için momentum korunum denklemleri

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho \nabla (v \cdot v) - \rho v \times w = -\nabla P - \nabla \cdot \tau + \rho g \quad (1)$$

şeklinde yazılır. Burada soldaki 3. terim akışkanın açısal momentumunun değişme hızını, sağdaki 2. terim ise akışkana etki eden sürtünme kuvvetini göstermektedir. Hanks [1], şekli değişen bir akışkan hacminde, açısal momentum artış hızının yüzeyden sürtünmeyle kaybolan momentum hızına oranının kritik bir değere ulaşmasıyla, kararlı laminar akışın kargaşalı akışa dönüşeceği ileri sürerek kararlılık parametresini, Z ,

$$|\rho v \times w| = Z |\nabla \cdot \tau| \quad (2)$$

şeklinde tanımlamıştır. Tanımından da anlaşılacağı gibi kararlılık parametresi pozitif bir değere sahiptir. Katı-sıvı yüzeyinde ($v = 0$) ve simetri eksenini boyunca ($w = 0$) Z değeri sıfır olacağı için akış alanı içinde Z değeri maksimum bir değere, Z_m , ulaşacaktır.

* Yazar daha önceki sayılarımızda tanıtılmıştı.